1

Cinématique Relativiste.
Expérience de Michelson et Morley

13

Niveau : L3

Prérequis : • Cinématique classique (référentiels et transformations de Galilée)

• Interféromètre de Michelson

• Electromagnétisme (Equations de Maxwell dans le vide et D'Alembert).

Introduction En cours de mécanique, vous avez vu qu'on pouvait définir une certaine classe de référentiels qu'on appelle Galiléens. Dans ces référentiels, le principe d'inertie est respecté et les lois de la physique y sont inchangées, c'est le principe de la relativité galiléenne. Pour passer d'un référentiel galiléen à un autre, on utilise les transformations de Galilée dont on tire la loi de composition des vitesses :

2 repères gal. $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ tq à $t=0$, $O=O'$ $\vec{v}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = v\,\vec{e_x}$

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} u'_x = u_x - v \\ u'_y = u_y \\ u'_z = u_z \end{cases}$$

Aujourd'hui on va voir les limites de cette modélisation dite classique de la mécanique qui on poussé à la

I - Naissance de la relativité restreinte

A - Une limite de la mécanique classique

Parmi toutes les lois physiques que vous connaissez déjà, il y en a pour lesquelles le principe de relativité galiléenne

ne semble pas vérifier les équations de Maxwell.
En effet, vous savez que dans le vide, on arrive à une équation de propagation de D'Alembert :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - c^2 \vec{\Delta} \vec{E} = 0 \quad \text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

et on dit que c est la célérité de la lumière dans le vide mais du coup, par rapport à qui/quoi ? Dans quel référentiel ? Est ce qu'elle irait plus vite dans un train ?

Au 17e siècle, Huygens introduit la notion d'éther luminifère* (porteur de lumière) qui serait donc LE bon référentiel où la lumière se déplacerait à c.

* avant Maxwell, pour les ondes lumineuses. Repris au 19e pour EM.

Au 19e siècle, plusieurs expériences cherchent à identifier cet éther et plus particulièrement la vitesse par rapport à la Terre qu'on appelle vent d'éther.

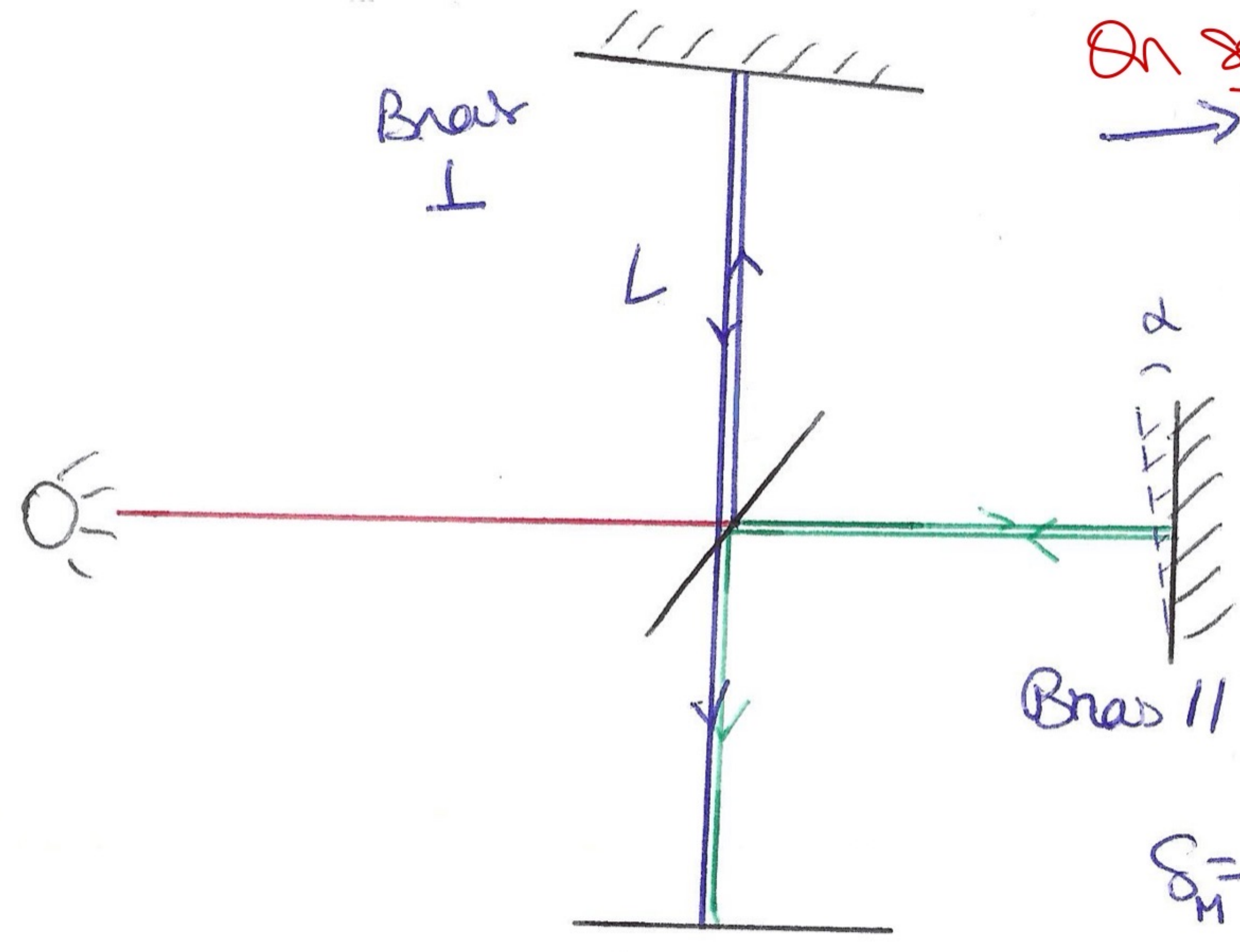
B - Expérience de Michelson et Morley ~1887

DTS ~ 150.10^6 km

Prix Nobel 1907

Ether stationnaire fixe dans l'univers et la Terre se déplace dedans à au moins 30 km/s.
On symétise la situation : terre fixe et vent d'éther à 30 km/s.
$v \ll c$ (3.10^5 km/s) donc on cherche à mesurer une distance ou un temps tout petit ⟶ Interféromètre de Michelson.
Configuration coin d'air donc on se place au contact optique et on observe des franges d'égales épaisseur. Réglé avec lampe au sodium puis utilisé en lumière blanche.

③



On se place dans $R_{\text{éther}}$ où lumière à c et labo à $\vec{v}$

$\longrightarrow \vec{v}_{labo/éther}$

$\delta_M = 2\alpha x$

Sur bras //: lumière part de la séparatrice $(x=0, t=0)$ vers M_1 qui s'éloigne à v. A t, $x_{lu} = ct$, $x_{M_1} = L + vt \rightarrow cT''_{aller} = L + vT''_{aller}$

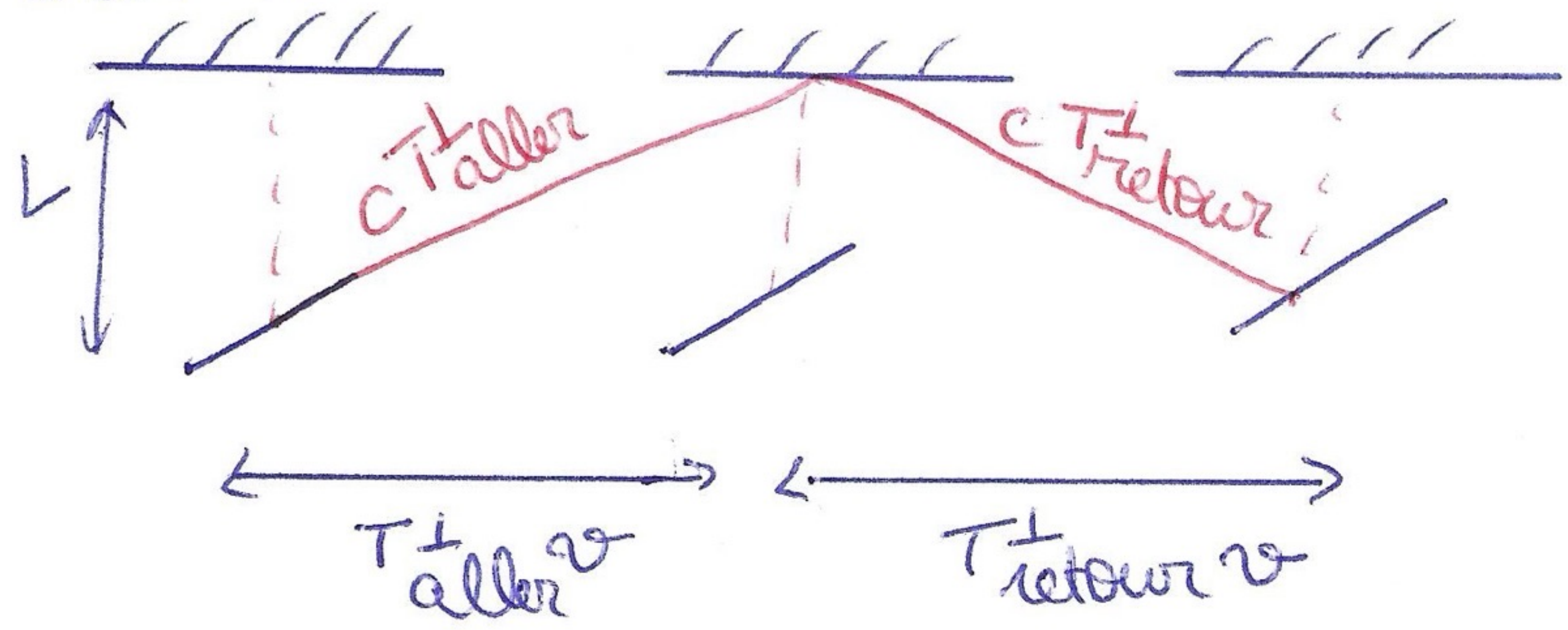
$\Rightarrow T''_{aller} = \dfrac{L}{c-v}$. De même $-cT''_{retour} = -L + vT''_{retour} \Rightarrow T''_{retour} = \dfrac{L}{c+v}$

d'où $T'' = \dfrac{L}{c^2-v^2}(c-v+c+v) = \dfrac{2L}{c}\dfrac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$$T'' \sim \frac{2L}{c}\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)$$

essayer d'aller vite ou faire sur slide

Sur le bras ⊥



$(cT^{\perp}_{aller})^2 = (vT^{\perp}_{aller})^2 + L^2 \longrightarrow T^{\perp}_{aller} = \dfrac{L}{\sqrt{c^2-v^2}} = T^{\perp}_{retour}$

$T^{\perp} = \dfrac{2L}{c}\dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ soit $T^{\perp} \sim \dfrac{2L}{c}\left(1+\dfrac{v^2}{2c^2}\right)$

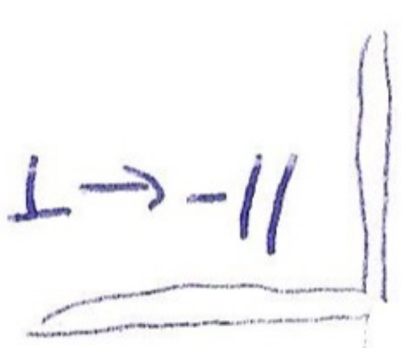
$\Delta T = T'' - T^{\perp} \sim \dfrac{L}{c}\beta^2$ avec $\beta = \dfrac{v}{c} \longrightarrow \Delta\delta = \Delta T \times c = L\beta^2$

et $\boxed{\Delta p = \dfrac{L}{\lambda}\beta^2}$ $L = 11\,m$ $v = 30\,km/s$

$\lambda = 550\,nm$ $\longrightarrow \Delta p = 0{,}2$

Montrer sinus fait varier v_{ether}
Mais en vrai, ils ont pas ce censeur donc peuvent pas mesurer.

Leur solution : faire tourner l'interféromètre. quand bras ont tourné de $90°$



$// \to \perp$, $\Delta p = -0,2$

$\perp \to //$

→ Sinus, au global,
entre les deux positions extrêmes, décalage de $0,4\lambda$ qui devrait être visible.

Résultats papier (1/8e du attendu).

Résultats négatifs $v_{ether/labo} < 5 m/s$
⟹ remise en cause de l'ether luminifère et de la composition des vitesses classiques !

C- Postulats d'Einstein

Principe de
- Relativité galiléenne
- La vitesse de la lumière dans le vide est c dans tous les référentiels galiléens. $c = 299792458$ m/s

↳ invariant en contradiction avec composition classique des $\vec{v}$

⟹ Le temps n'est plus universel et dépend du référentiel d'étude !

II- Transformations de Lorentz et Conséquences

A- Transformations de Lorentz

Formulées avant Einstein comme un outil mathématiques
Remplacent les transformations de Galilée

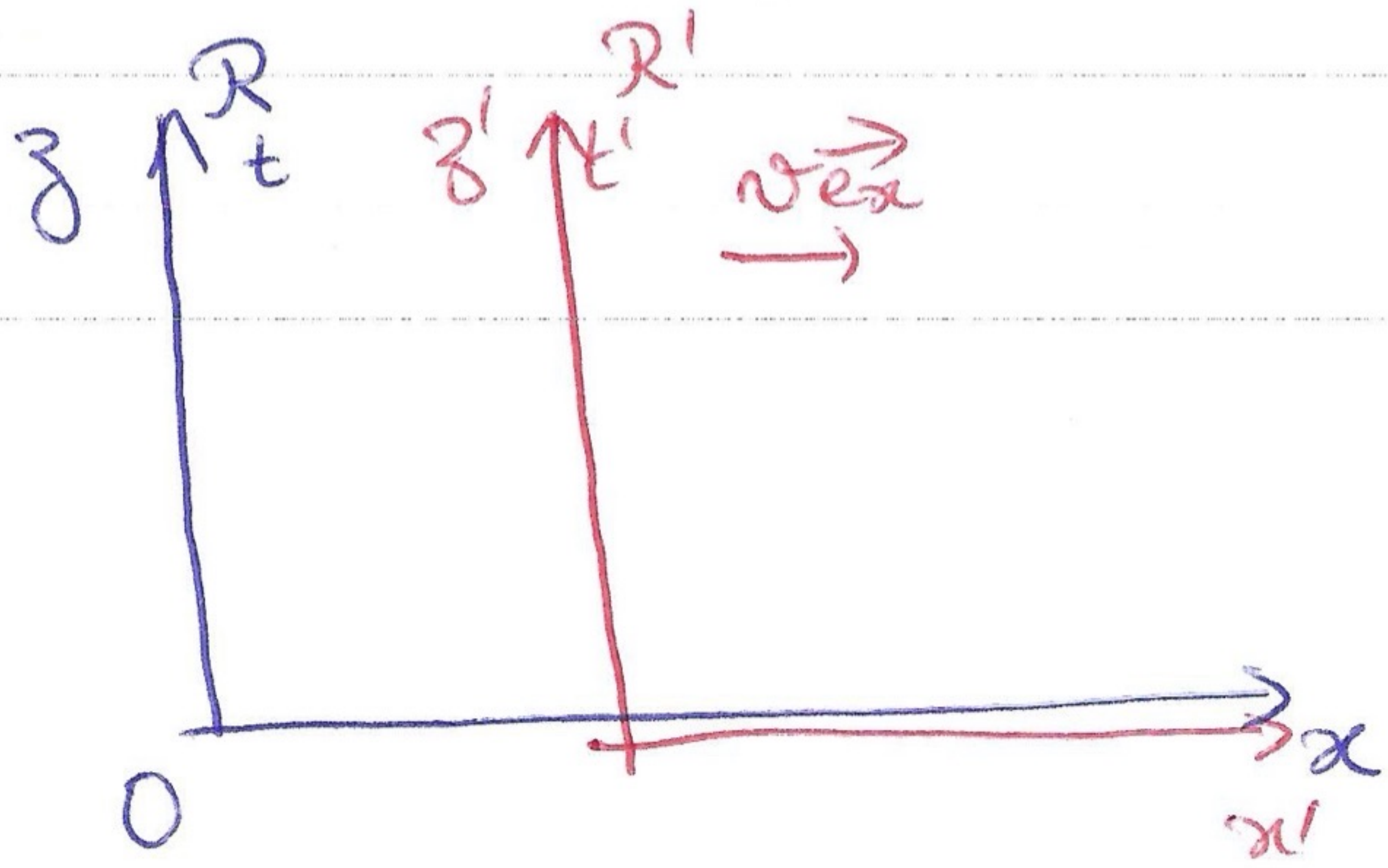
R et R' inertiels tq $O = O'$ à $t = 0$ et $\vec{u}_{x'} = \vec{u}_x$, $\vec{u}_{y'} = \vec{u}_y$, $\vec{u}_{z'} = \vec{u}_z$

$\vec{v}_{R'/R} = v\vec{e}_x$

Alors

$$\boxed{\begin{cases} ct' = \gamma(v)(ct - \beta x) \\ x' = \gamma(v)(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad \text{avec } \beta = \frac{v}{c} \text{ et } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

B. Simultanéité et dilatation du temps



A et B deux évènements (points de l'espace temps)

tq dans $\mathcal{R}$ $t_A = t_B$
et $x_A < x_B$

$$\left.\begin{aligned} ct'_A &= \gamma(v)(ct_A - \beta x_A) \\ ct'_B &= \gamma(v)(ct_B - \beta x_B) \end{aligned}\right\} \Delta t' = \gamma(v)\left(\cancel{\Delta t} - \frac{v}{c^2}(x_B - x_A)\right)$$

quai 1m
glas qui font
bonjour
$v = 320$ km/h
$\rightarrow 89$ m/s
$\rightarrow \Delta t \sim 1.10^{-15}$ s

$$\Delta t' = \frac{\gamma(v)}{c}\beta(x_A - x_B) < 0 \text{ si } x_A < x_B$$

$\Rightarrow$ Non simultanés dans $\mathcal{R}'$!

C et D tq dans $\mathcal{R}$ $x_C = x_D$ et $\Delta t = t_D - t_C > 0$

$$\Delta t' = \gamma(v)\Delta t \geqslant \Delta t \quad \text{car } \gamma(v) \geqslant 1$$

$\Rightarrow$ Dilatation du temps

E et F tq dans $\mathcal{R}'$ $x_E = x_F$ et $\Delta t' = t'_F - t'_E > 0$

$$\left.\begin{aligned} ct_E &= \gamma(v)(ct'_E + \beta x'_E) \\ ct_F &= \gamma(v)(ct'_F + \beta x'_F) \end{aligned}\right\} \Delta t = \gamma(v)\Delta t' > \Delta t'$$

$\Rightarrow$ Dilatation aussi !

$\Rightarrow$ Dans le réf. où les deux évènements ont lieu au même endroit, on trouvera toujours le temps le plus court. on parle de temps propre. Invariant Ailleurs le temps sera dilaté.

(↳ temps de vie muons expérience de Smith et Frisch)

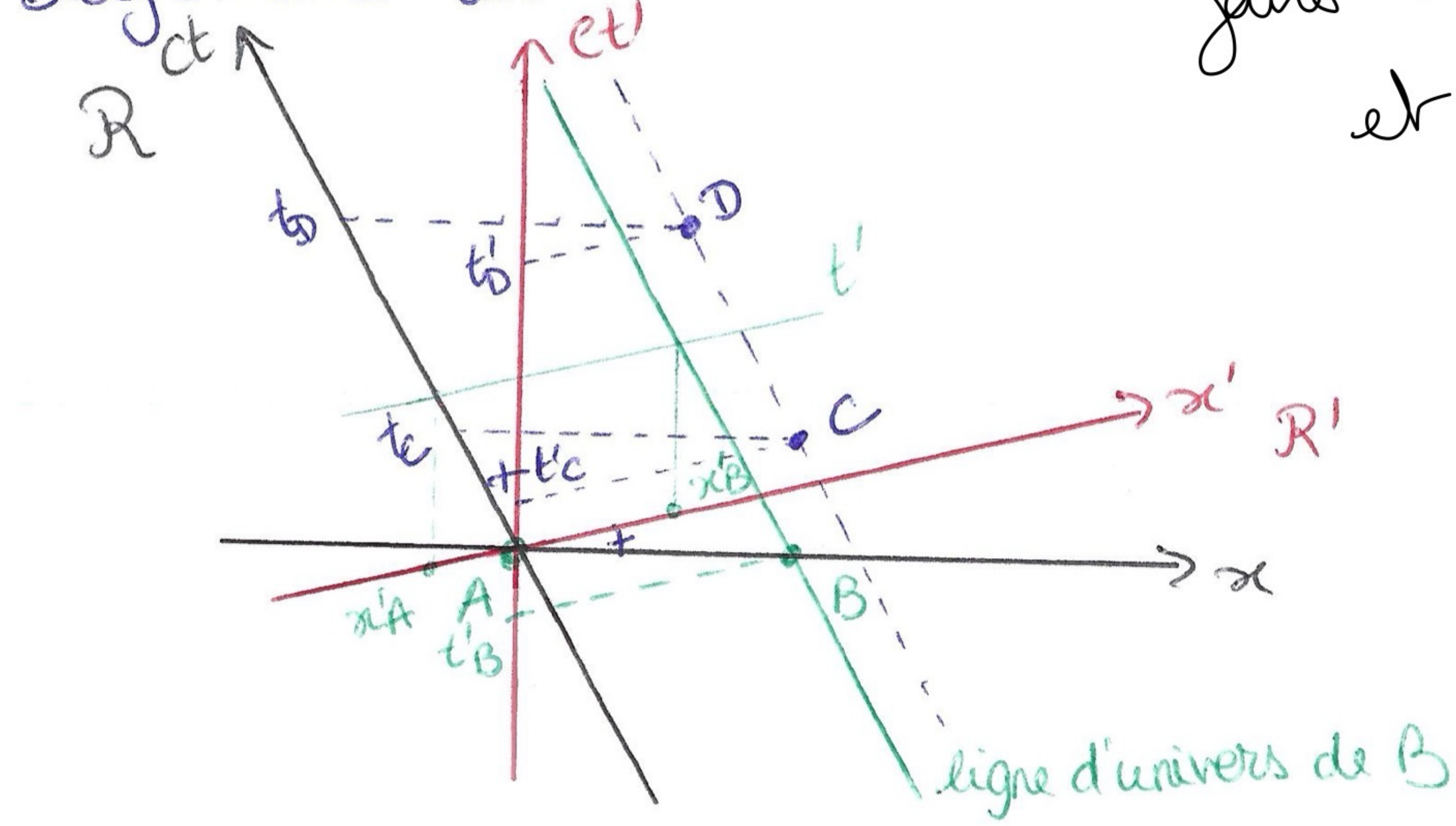
C- Diagrammes espace-temps

Diagramme de LOEDEL

faire très grand et propre

$\sin\theta = \beta$

ou slide !



Règle fixe dans R de bouts A et B. On mesure à $t=0$ sa longueur dans R. On trouve $x_B(t) - x_A(t)$.
Au même instant t', on mesure dans R' $x'_B(t') - x'_A(t')$

$\Longrightarrow$ Contraction des longueurs ! Longueur propre dans le référentiel où l'objet est fixe. Invariante.

D- Composition des vitesses relativistes

On dérive les transformations de Lorentz

$$u_x = \left(\frac{dx}{dt}\right)_R \quad u'_x = \left(\frac{dx'}{dt'}\right)_{R'}$$

$$\Longrightarrow \boxed{u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \quad u'_y = \frac{u_y}{\gamma(v)\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}}$$

très différent de $u'_x = u_x - v$!
$u'_y = u_y$
qu'on retrouve $\frac{v}{c} \ll 1$

Conclusion : la relativité restreinte réconcilie les équations de Maxwell et le principe de relativité galiléenne avec une vitesse de la lumière dans le vide unique. Elle s'accompagne de conséquences peu intuitives comme la non-unicité du temps qu'il faut prendre en compte dans de nombreuses applications comme le GPS ou pour expliquer le temps de vie des muons !