

Manipulations possibles : Oscillateur à pont de Wien
Multivibrateur stable

Notes sur la manip: Bien mesurer au RLC mètre R et C
Compenser f_{exp} et $f_{théo}$.
Vérifier qualitativement $R_2 > 2R_1$.

Niveau : PSI

prérequis : ALI (idéal et 1^{er} ordre), filtrage linéaire

Introduction : La rétroaction est un phénomène fondamental en ψ : la sortie d'un système agit en retour sur son entrée. On la rencontre partout et ses effets peuvent être radicalement différents. Deux ex de la vie quotidienne avec des comportements opposés :

• régulateur de vitesse en voiture : capteur mesure vitesse réelle comparé avec consigne et accélération modifiée adéquatement. Rétroaction négative, le système se stabilise. C'est un asservissement : permet de suivre une consigne.

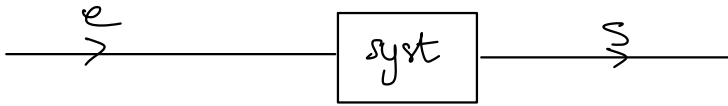
• effet Larsen : quand micros placés trop près d'un haut-parleur, le son émis par le HP est capté par le micro qui l'amplifie et le renvoie au haut-parleur etc...
Rétroaction positive. Si on la contrôle et qu'on place un filtre, on peut avec ça réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal autoentreteu : horloge de montre.

Comment décrire ces systèmes bouclés, leur stabilité et comment obtenir des oscillations le plus sinusoïdales?

I- Systèmes bouclés et stabilité

A) Schéma bloc et fonction de transfert

Un syst φ transforme une grandeur d'entrée e en une grandeur de sortie s . On le représente par



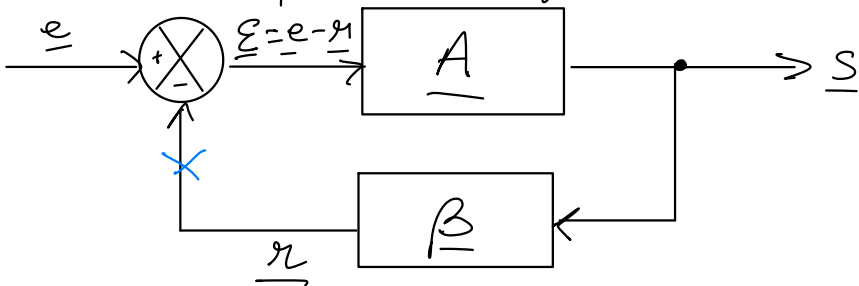
Le lien entre s et e est caractérisé par une fonction de transfert H .

Pour un syst. linéaire harmonique permanent (transitoire passé), on a $H(j\omega) = \frac{s}{e}$ dépend de freq. et contient

toute l'info sur amplitude et déphasage.

En chaîne ouverte, on envoie une consigne et on espère que la sortie correspond. Mais si une perturbation intervient - par exemple couple de charge supplémentaire sur un moteur - la sortie s'écarte de la consigne sans qu'on puisse le corriger.

L'idée de la rétroaction c'est de mesurer la sortie réelle, de la comparer à la consigne et d'ajuster la commande en conséquence \rightarrow on ferme la boucle.



A: chaîne directe, β : chaîne de retour.

A: actionneur convertit commande en action physique souvent avec un apport d'énergie externe.

β : capteur. Mesure sortie et convertit en signal
 $\underline{x} = \underline{\beta} \underline{s}$ comparable à la consigne.
 $\underline{e} = \underline{e} - \underline{x}$: commande

⚠️ des flèches représentent le sens du transfert de signal, pas de l'énergie.
Par exemple pour la voiture, l'essence ou la batterie ne sont pas représentés.

A partir du schéma bloc, on écrit les relations

$$\underline{s} = \underline{A} \underline{e} = \underline{A} (\underline{e} - \underline{x}) = \underline{A} (\underline{e} - \underline{\beta} \underline{s})$$

ce qui donne $\underline{s} (1 + \underline{A} \underline{\beta}) = \underline{A} \underline{e}$

ou $H_{FTBF} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \frac{\underline{A}}{1 + \underline{A} \underline{\beta}}$ en boucle fermée

traduit le comportement global du syst vu de l'ext.

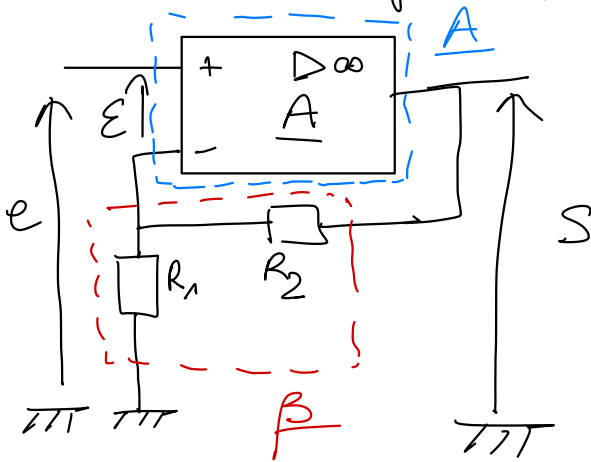
$H_{FTBO} = \frac{\underline{x}}{\underline{e}} = \underline{A} \underline{\beta}$ en boucle ouverte. C'est le gain que subit un signal après un tour de boucle.

Elle est fondamentale car comme on va le voir maintenant, elle détermine la stabilité du système comme on va le voir.

B) Stabilité d'un système bouclé: l'ex de l'ALI

Étudions la stabilité sur un ex concret: les montages à ALI. Cet exemple va nous permettre de comprendre l'importance du signe de la rétroaction.

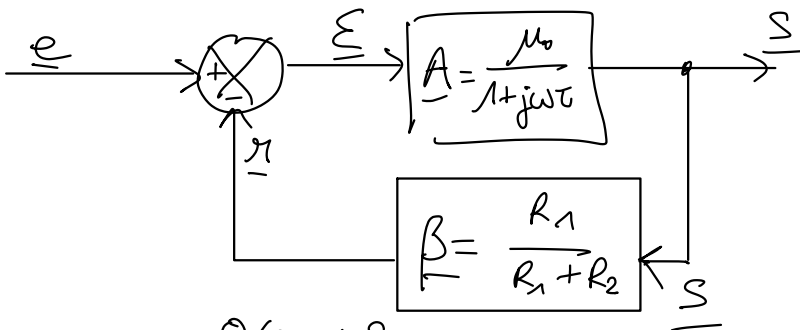
montage amplificateur non-inverseur



On retrouve
consigne, commande,
sortie.

avec l'ali qui sert
de comparateur

$$E = V_+ - V_-$$



$$u = V_- = \frac{0/R_1 + S/R_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{SR_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{d'où } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \beta$$

$$\underline{H}_{FTBO}(j\omega) = \frac{u}{e} = \underline{A}\beta = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\underline{H}_{FTBF}(j\omega) = \frac{S}{e} = \frac{\underline{A}}{1 - \underline{A}\beta} = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau} \times \frac{1}{1 + \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau} \beta}$$

$$H = \frac{\mu_0}{1 + j\omega\tau + \mu_0\beta} = \frac{S}{e}$$

$$e(1 + \mu_0\beta + j\omega\tau) = \mu_0 e$$

$$\tau \frac{ds}{dt} + (\mu_0\beta + 1)s = \mu_0 e$$

$$\text{soit } \frac{\tau}{1 + \mu_0\beta} \frac{ds}{dt} + s = \frac{\mu_0}{1 + \mu_0\beta} e$$

$$\text{avec } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

On regarde le régime libre pour étudier la stabilité

$$\frac{\tau}{1 + \mu_0\beta} \frac{ds}{dt} + s = 0$$

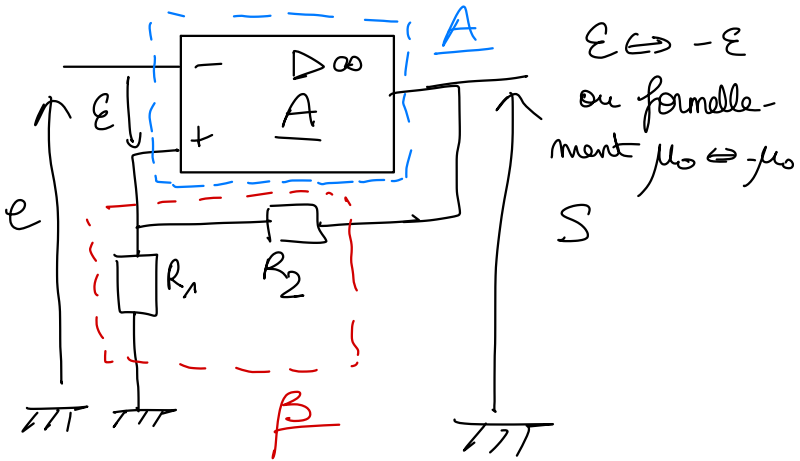
$$\Rightarrow s = s_0 e^{-t/\tau'} \quad \text{avec } \tau' = \frac{\tau}{1 + \mu_0\beta}$$

$$\text{Ici } \tau > 0 \text{ et } \mu_0\beta > 0 \Rightarrow \tau' > 0$$

et amplitude décroît \rightarrow stable.

et ici les coefficients de l'équa diff (τ' et 1) sont de mêmes signes.

Voilà ce qu'il se passe si on intervient en boucle



donc
$$\frac{\tau}{1-\mu_0\beta} \frac{ds}{dt} + s = \frac{-\mu_0}{1-\mu_0\beta} e$$

En régime libre $s(t) = s_0 e^{\tau'/t}$

avec $\tau' = \frac{-\tau}{1-\mu_0\beta} > 0$ car $\mu_0\beta \gg 1$

exponentielle croissante instable alors que les signes de $\frac{\tau}{1-\mu_0\beta}$ et τ sont différents. En pratique

Saturation $\bar{e} \pm V_{sat}$

Généralisation: Règle de stabilité

Pour un système linéaire d'ordre 1 ou 2, le système est stable si tous les coef de l'équa diff homogène sont de même signe.

En effet même logique pour l'ordre 2:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \sum \omega_0 \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0$$

q. les racines ont elles une partie réelle positive ?

$$\Delta = 4\omega_0^2 (\xi^2 - 1)$$

ne pas dire

• $|\xi| \geq 1 \rightarrow$ racines réelles

$$r_{\pm} = \omega_0 (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})$$

$\xi \geq 1$ et $\xi^2 \geq \xi^2 - 1 \Rightarrow \xi \geq \sqrt{\xi^2 - 1}$
donc $r_{\pm} \leq 0 \rightarrow$ stable

$\xi \leq -1$ et $|\xi| \geq \sqrt{\xi^2 - 1}$ donc $r_{\pm} \geq 0 \rightarrow$ instable

• $|\xi| < 1 \rightarrow$ complexes conjuguées

$$r_{\pm} = \underbrace{-\xi \omega_0}_{\text{Stable toujours}} \pm \underbrace{j \omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}}_{\text{Stable toujours}}$$

\Rightarrow stable si $\xi > 0$

si $\xi = 0 \rightarrow$ oscillations entretenues, limite de stabilité.

si $\xi < 0 \rightarrow$ instable.

Juste dire même logique ordre 2 avec ξ amortissement

si $\xi > 0 \rightarrow$ stable car amorti

si $\xi < 0 \rightarrow$ instable

si $\xi = 0 \rightarrow$ oscillations d'amplitude constante, limite de stabilité.

Résumons : rétroaction sur boucle inverseuse \rightarrow négative, stable, asservissement

_____ non-inverseuse \rightarrow positive, instable, saturation à $\pm V_{sat}$.

Si parfois comme avec l'osc. c'est un pb, on peut aussi en faire qqch d'utile mais il faut sortir de saturation avec un composant qui évolue pendant la saturation.

et finir par forcer le basculement \rightarrow C ou L. Si utilisé dans filtre passe-bande \rightarrow oscillateurs quasi-sinusoidaux (sine relaxation).

II- Oscillateurs quasi-sinusoidaux ex de l'oscillateur à pont de Wien.

A) Structure de l'oscillateur

Pas d'entrée ! d'énergie vient de l'alim de l'ali.

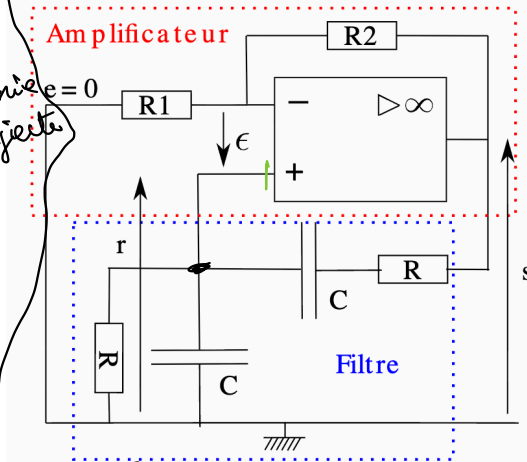
Structure générale:

- ampli: amplifie le bruit et compense les pertes d'énergie (syst-actif)
- filtre passe bande (passif) pour sélectionner la fréquence

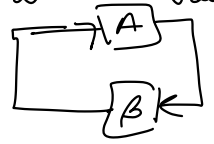
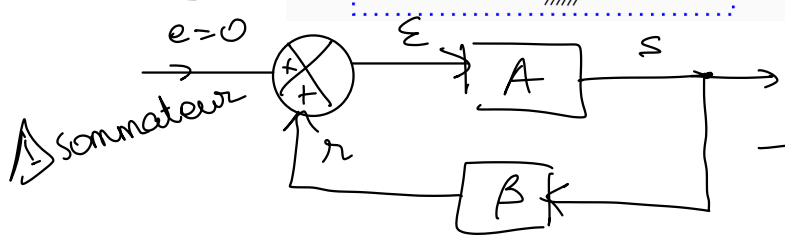
ex Larsen ampli: HP, filtre {salle + micro + HP}.

Mettre schéma Wien Jeremy Neveu.

* On a vraiment ouvert le boucle pour avoir 2 circuits en série pour Bouk, on injecte V_{inj} et pour que se régénère à l'identique $\sqrt{2}$ faut $AB=1$



Plus d'entrée H_{FTBF} n'existe plus / n'a plus de sens. On découpe en 2 blocs. * à la sortie de l'un est l'entrée de l'autre



$$\underline{A} = \frac{S}{V_+} = 1 + \frac{R_1}{R_2} = A$$

$\beta = \frac{V_+}{S}$ réseau RC en série + RC en parallèle

$$V_+ = \frac{S/z_s + 0/z_{11}}{\frac{1}{z_s} + \frac{1}{z_{11}}}$$

$$z_s = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{Rj\omega C + 1}{j\omega C}$$

$$\frac{1}{z_{11}} = j\omega C + \frac{1}{R}$$

$$= \frac{Rj\omega C + 1}{R}$$

$$\frac{z_s}{z_{11}} = \frac{(1 + Rj\omega C) R}{1 + Rj\omega C}$$

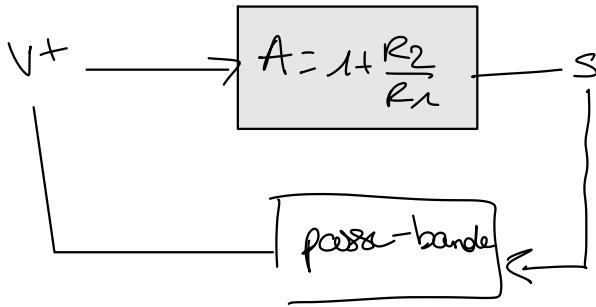
$$\beta = \frac{z_s}{1 + \frac{z_s}{z_{11}}}$$

$$\beta = \frac{Rj\omega C}{Rj\omega C + 1 + 2Rj\omega C - (R\omega C)^2}$$

$$\beta = \frac{RCj\omega}{1 + 3RCj\omega - (RC\omega)^2}$$

Sous forme canonique $\beta = \frac{1}{3} \frac{1}{1 + \frac{1}{3}j\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)}$

passer-bande: $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{3}$ $\beta_0 = \frac{1}{3}$



B) Conditions d'oscillations : critère de Barkhausen

Sommateur $H_{FTBF} = \frac{A}{1 - A\beta} = \frac{S}{e}$ pour avoir $S \neq 0$ avec $e = 0$, il faut $A\beta = 1$

Comprenons y ce que ça veut dire. Petite perturbation (bruit, tension d'alim de l'ampli) qui contient toutes les fréquences.

Fait un tour de boucle: la composante à $\omega_0 \times \frac{1}{3}$ puis avec l'ampli $\times 1 + \frac{R_2}{R_1}$

Donc $\times A \times |\beta(\omega_0)|$

Si $A|\beta| < 1 \rightarrow$ atténuation

Si $A|\beta| \geq 1 \rightarrow$ identique ou amplifié \rightarrow oscillations!

Il faut aussi en phase sinon interférence destructive.

Critère de Barkhausen Pour qu'un syst bouclé oscille à ω_0 il faut

$$A\beta(j\omega_0) = 1$$

NB: pour être + rigoureux il faudrait utiliser Laplace (p)

Application pour ω en :

$$\bullet \arg(A\beta) = 0 = \arg(\beta) \text{ car } A \in \mathbb{R}$$

Or $\arg(\beta) = 0$ que à ω_0 donc

$$f_{08i} = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\bullet |A\beta| = 1 \text{ avec } |\beta(j\omega_0)| = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow A = 3 \text{ donc } R_2 = 2R_1$$

Vérification avec équa diff cohérence I :

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \underbrace{\frac{(3-A)}{RC}}_{?} \frac{ds}{dt} + \underbrace{\frac{1}{(RC)^2}}_{>0} s = 0$$

$$3-A=0 \Leftrightarrow A=3 \quad \begin{array}{l} \text{oscillations} \\ \text{entretenues} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Instable si } 3-A < 0 \\ \text{donc } A > 3 \\ \text{donc } \underline{\underline{R_2 > 2R_1}} \end{array}$$

Deux approches (Bark = fréquentielle, EDL = temporelle)
du même phénomène, tout se tient!

C) Vérification expérimentale

Neuve de R et C au RLC mètre - Pareil R_1 et R_2
 R_1 fixe AOIP, R_2 variable bête à

Qualitatif : apparition oscillations $R_2 \approx 2R_1$.

Quantitatif : Neuve de f_0 soit en temporel soit FFT.

Observer amplitude $\sim \pm 13V \sim \pm V_{sat}$

\Rightarrow En pratique on ne réalise jamais pile Buckenven
et le signal usit. Mais l'ALI sature, le gain
effectif A chute et pendant ce temps le filtre
continue d'évoluer (C charge et décharge) A un

moment redessient linéaire puis saturation de l'autre côté

qualitativement augmenté R_2 pour voir
Énergie.

III - qualité d'un oscillateur

A) Facteur de qualité

Mesure la sélectivité du filtre $\frac{\Delta P_P}{P_0} = \frac{1}{Q}$

donc pour $\Delta \omega$ $\Delta f_0 \sim 3 f_0$

donc bande $\sim [0; \frac{5}{2} f_0]$ \rightarrow peu sélectif

(voir harmoniques énergie).

Pour bon oscillateur \rightarrow quartz avec $Q \sim 10^4$ à 10^5 .

B) Stabilité en fréquence

$\sigma = \frac{\Delta f}{f_0}$ mesure les fluctuations relatives de la fréq.
d'oscillations.

on l'exprime en ppm (10^{-6})

$\sigma \approx \frac{\Delta \varphi}{2Q}$ avec $\Delta \varphi$ un petit déphasage par perturbation
(se démontre avec des DL)

$\Delta \varphi \sim 10^3 \text{ rad}$ et $Q \sim \frac{1}{3} \rightarrow 1000 \text{ ppm}$

$Q \sim 10^4 \rightarrow 0,05 \text{ ppm}$ (en pratique plutôt
1 ppm, 30 s par an)

$Q \sim 10^{10} \rightarrow 10^{-7} \text{ ppm}$ horloge atomique.

Interprétation φ : Pour grand Q , petite variation de $f \rightarrow$
grand $\Delta \varphi$ qui ne vérifie plus du tout $\arg(A+B) = 0$
ce qui rappelle le syst. vers us.
Sorte de ressort en fréquence.

