

10 - Induction Electromagnétique

(E2)

Manipulations possibles:

LC couplés par induction

Mesure induction mutuelle

quali Freinage par courants Foucault

Etude d'un transformateur

Mesure L par détection synchrone

Expérience de Faraday quali

Notes sur les manip: Faraday: aimant + bobine 500 spires

single
avec trigger bien réglé

+ oscillos: on bouge aimant
par mutuelle: Triangle → carré

Niveau: 1^{ère} année CPGE

prérequis:

électrocinétique

Champ magnétique Solénoïde infini

Force de Laplace.

Introduction: En 1820, le danois Ørsted découvre qu'un courant électrique dévie une aiguille aimantée: électricité → magnétisme. Faraday se pose la question réciproque: un champ magnétique peut-il créer un courant. Manip qualitative → en 1831 montre que oui mais condition essentielle: variation! C'est le phénomène d'induction.

Aimant → ou ← et plus vite donne I plus fort.

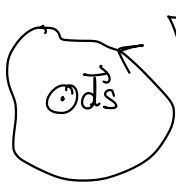
On va formaliser tout ça et pour le quantifier, on va avoir besoin d'un outil: le flux magnétique.

I - lois de l'induction

A) Flux magnétique

on cherche à quantifier "la quantité" de champ magnétique

qui traverse un circuit",



Γ circuit fermé. Choix arbitraire d'orientation qui reste fixe ensuite. Règle de la main droite oriente \vec{dS} .

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

flux de \vec{B} à travers S appuyée sur Γ .

Grâce à $\text{div } \vec{B} = 0$, ce flux ne dépend pas de S , seulement de Γ (flux conservatif).

ϕ s'exprime en T.m² ou Wb (Weber).

Si champ uniforme et circuit plan $\phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$

Pour une bobine de N spires $\phi_{\text{tot}} = N \phi_{\text{spire}}$

Maintenant qu'on a l'outil, avant de donner la loi quantitative, énonçons la loi qualitative de Lenz qui est au cœur de la ψ de l'induction.

B) Loi de Lenz

1834

Les phénomènes d'induction s'opposent par leurs effets aux causes qui leur ont donné naissance.

Principe général qui permet, avant même tout calcul, de prévoir le sens des phénomènes d'induction.

Analogie en électromag de Le Châtelier en thermochimie: quand on perturbe un système, il réagit de façon à

S'opposer à la perturbation. Ce sont des lois de modulation qui trouvent leur origine dans la conservation de l'énergie : si l'induction aidait sa cause on aurait un emballement et création d'énergie à partir de rien.

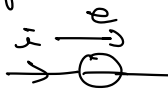
Ici la perturbation c'est la variation du flux et l'effet c'est la tension qu'on a vu à l'oscille.

En pratique Lenz sert de garde fou. Une fois les calculs finis, sert à vérifier les signes.

Lenz nous dit que les effets s'opposent à leurs causes mais de combien ? Pour passer en quantité, il nous faut la loi de Faraday.

C) Loi de Faraday

Le phénomène d'induction se traduit par l'apparition d'une tension qu'on va appeler force électromotrice ou fem dans le circuit. On la modélise comme un générateur idéal de tension :


 avec i dans le sens de parcours du circuit,

Convention générateur

L'orientation (arbitraire) du circuit fixe tout le reste.

Loi de Faraday :

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

(Rq pour questions Nbr variable tout le temps (Barlow ou Blondel))

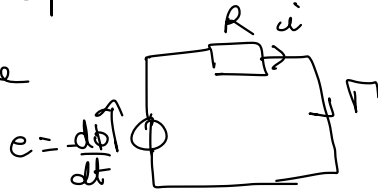
loi de Lenz !

e algébrique. Il faut respecter l'orientation.

Cette loi montre bien que l'induction produit une fem. Si c'est dans un circuit fermé cette fem donne lieu à l'apparition de courants dits induits.

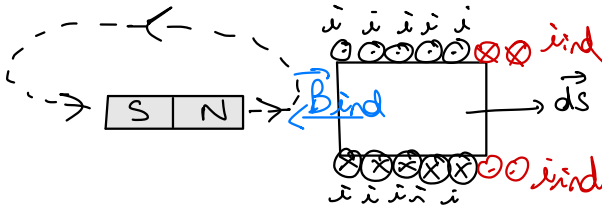
Si le circuit est ouvert, pas de courant, seulement une ddp.

Le schéma électrique entre électromag électrocinétique.



fait le lien (flux) et

Retour sur la manipulation introductive: Méthodique sur les orientations.



$\vec{B} \parallel \vec{dS}$ donc $\phi = \vec{B} \cdot \vec{dS} > 0$ le pôle Nord

Si aimant approche $\vec{B} \uparrow$ donc $\phi \uparrow$ et $\frac{d\phi}{dt} > 0$ donc par Faraday $e < 0$ dans le même sens que i . Induit un courant i_{ind} dans le sens inverse qui par main droite crée un champ \vec{B}_{ind} qui s'oppose à l'avance de l'aimant \rightarrow cohérent Lenz. Si on avance plus vite $dt \downarrow$ pour $d\phi = \text{cte}$ donc $\frac{d\phi}{dt}$ plus grand et qui donne $e \uparrow$ cohérent avec observation en intro.

Si aimant immobile $\frac{d\phi}{dt} = 0$ et $e = 0$. On peut retrouver toutes nos observations.

Q) Qui peut faire varier ϕ ?

2 mécanismes principaux qui causent $\frac{d\phi}{dt}$:

- Circuit fixe avec \vec{B} variable dans le temps (ce qu'on a vu en intro) - Neumann

• Circuit mobile dans \vec{B} stationnaire - Lorentz.

En pratique, peut être un mélange des deux - Faraday s'applique dans les deux cas.

ti: On a maintenant Faraday et on a vu que ϕ peut varier parce que B change ou le circuit bouge. On verra un exemple de Lorentz en dernière partie mais retiens sur Neumann encore un peu avec une nouvelle question. La \vec{j} a-t-elle un aimant qui impose B donc une source extérieure.

Mais le circuit lui-même (le bobine) quand parcouru par $i \rightarrow$ crée son propre B et donc son propre ϕ à travers lui-même. Si i varie, ϕ varie et une fem apparaît \rightarrow le circuit s'induit lui-même! C'est le phénomène d'auto-induction. C'est lui qui donne naissance à l'inductance L dans une bobine que vous connaissez déjà en électrocinétique.

II - Auto-induction et inductance mutuelle

A) Inductance propre

Circuit parcouru par $i \rightarrow B_{\text{propre}} \rightarrow \phi_{\text{propre}}$.
des équations de Maxwell sont linéaires donc $B_{\text{propre}} \propto i$ et on définit L , l'inductance propre du circuit tq:

$$\phi = L i$$

Elle se mesure en Henry (H)

et ne dépend que de la géométrie du circuit et du milieu magnétique - pas du matériau conducteur.

Considérons un circuit orienté parcouru par $i > 0$. C'est B_{propre} . Par théorème d'Ampère qui repose sur la même

règle de la main droite que celle qui lie i et \vec{dB} , \vec{B} propre
est dans le sens de $d\vec{s}$ donc

$$\phi > 0.$$

Ainsi, en m^{ême} convention i et \vec{dB} et Ampère
 $L > 0$

Pour un solénoïde de longueur l dans l'approximati^{on}
du solénoïde infini avec N spires de section S .
A l'intérieur

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} i \quad \text{uniforme. Le flux à}$$

travers une spire est $B \cdot S$. Le flux total est

$$\phi_{\text{tot}} = N \phi_{\text{spire}} = \mu_0 \frac{N^2}{l} i S$$

$$\text{d'où } L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} \quad L \propto N^2, \text{ double spires} \\ \hookrightarrow \times 4 \text{ inductance!}$$

Lien avec ce que vous connaissez en électrocinétique?

Faraday : en convention générateur $e = - \frac{d\phi}{dt}$

$$= -L \frac{di}{dt}$$

si $L = \text{cte}$

Δ L variable!

Donc en convention récepteur, on

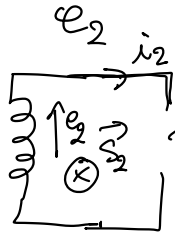
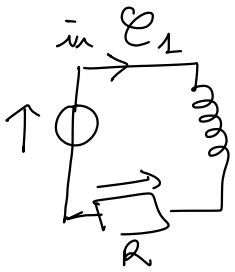
retrouve $e_{\text{bobine}} = L \frac{di}{dt}$

Déjà vu en électrocinétique : bilan de puissance donne
 $E_{\text{mg}} = \frac{1}{2} Li^2$ retrouve $L > 0$ ($E = \iint_{\Sigma} \frac{B^2}{2\mu_0} dV$)

Le circuit parcouru d'un courant i qui donne B peut
servir d'aimant comme dans notre première manip.
Le champ créé par 1 traverse aussi 2, on ne parle
plus d'inductance propre mais d'inductance mutuelle

B) Inductance mutuelle

bobines
coaxiales!



\vec{B}_1 fournée par 1
a un flux sur 2
 $\Phi_{1/2} = \iint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$
proportionnel à i_1 .

$$N_{1/2} \text{ tq } \Phi_{1/2} = N_{1/2} i_1$$

et $\Phi_2 = L_2 i_2 + M_{1/2} i_1$. De même $\Phi_1 = L_1 i_1 + N_{2/1} i_2$

$N_{1/2}$ et $N_{2/1}$ en Henry. Purement géométriques
(forme des circuits, position relative, circuit magnétique...)
Dépendent pas de i_1 ou i_2 .

Par symétrie, on peut montrer que $N_{1 \rightarrow 2} = N_{2 \rightarrow 1} = M$
l'inductance mutuelle.

Peut être > 0 ou < 0 , dépend des orientations relatives
des deux circuits.

$$E_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \geq 0 \quad \forall i_1, i_2$$

On prend i_1 pour variable $\Delta = N^2 i_2^2 - 4 \frac{L_1 L_2}{4} i_2^2 \leq 0$

$$\Rightarrow M^2 \leq L_1 L_2$$

L'égalité correspond au couplage parfait: tout le
flux d'un circuit traverse l'autre, c'est l'idéal
mise dans un transformateur grâce à un noyau
ferromagnétique.

C) Vérification expé et mesure de μ

Vérifions expérimentalement que $e_2 = -\mu \frac{di_1}{dt}$ et mesurons μ entre les deux bobines.

$$e_1 = R i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}$$

si $R \gg L_1 \omega$ alors $e_1 \sim R i_1$ et $i_1 \sim \frac{e_1}{R}$

→ le courant suit la forme de la tension.

On met un triangle sur e_1 donc i_1 .

$i_2 \approx 0$ car osillo haute impédance

$$e_2 = u_{\text{osillo}} = -\mu \frac{di_1}{dt}$$

Si i_1 est triangulaire
 $\frac{di_1}{dt}$ est constant par morceaux

donc e_2 est un signal carré. → Vérif qualitative

Mesures. Sur plusieurs f du triangle :

- U_1 : amplitude du triangle constante crête / crête
- $\Delta t = \frac{1}{2f}$ (demi-période du triangle)

$$\bullet \frac{di_1}{dt} = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2U_1}{R} \times 2f = \frac{4fU_1}{R}$$

- On mesure $|e_2|$ l'amplitude du signal carré (crête-crête / 2)

On trace $|e_2| = f \left(\left| \frac{di_1}{dt} \right| \right)$ fit droite linéaire χ^2 et pente donne μ .

on calcule le taux de couplage $\frac{\mu}{\sqrt{L_1 L_2}}$ (RLC mètre)

On peut l'améliorer avec ferris.

On vient d'étudier Neumann Circuit fixe mais on a dit qu'il y avait Lenz circuit mobile. Au cœur de la conversion de puissance électromécanique. Application rails de Laplace.

II- Rails de Laplace

A) Description et mise en équation

Schéma du Dinod PCSI p. 1122.

- Méthode :
1. qualitatif Lenz
 2. définition convention
 3. calcul fem par Faraday + loi des mailles
 4. Calcul force Laplace + PFD
 5. Résolution et vérification
 6. Bilan d'énergie

1. \mathcal{L} mise en mouvement par \vec{f} dans $\vec{B} \rightarrow$ induction courant induit dans $00'NN$.

\mathcal{L} subit alors Laplace qui d'après Lenz doit s'opposer à \vec{f} .
 \rightarrow il doit aller de N vers N' selon $-\vec{u}_y$

2. Sens du courant arbitraire $\rightarrow d\vec{S} \parallel +\vec{u}_y$.

$$\vec{S} = ax(t)\vec{u}_y \quad \rightarrow i \leq 0 \text{ attendu}$$

3. $\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = Bax(t)$

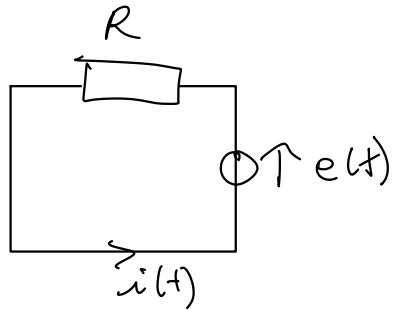
Donc $e = - \frac{d\phi}{dt} = -Ba v(t)$

Schéma équivalent

$e(t) = R i(t)$

soit

$Ri(t) + Ba v(t) = 0$ (EE)



4. $d\vec{p}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B} \rightarrow \vec{f}_L = i \vec{T} \wedge \vec{B} = ia (-\vec{u}_z) \wedge B \vec{u}_y = iaB \vec{u}_x$

Bilan des forces sur \mathcal{C} dans réf Galilée du labo

sur \vec{u}_x : $m \frac{dv}{dt} = iaB + f$ (EN)

B) Résolution

5. (EE) et (EN) couplées.

(EE) donne $i(t) = - \frac{Ba}{R} v$ qu'on injecte dans (EN)

$m \frac{dv}{dt} = - \frac{(Ba)^2}{R} v + f$

analogue force de frottements fluide

(E) P du 1^{er} ordre $\tau \frac{dv}{dt} + v(t) = v_\infty$

avec $\tau = \frac{mR}{(Ba)^2}$ et $v_\infty = \frac{Rf}{(Ba)^2}$

$\hookrightarrow v(t) = v_\infty (1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$ si $v(0) = 0$.

On aurait pu faire pareil pour i (NB CI donnés)

$$i = i_{\infty} (1 - \exp(-t/\tau)) \quad \text{pour } \epsilon \epsilon \bar{a} \text{ à } t=0$$

$$i_{\infty} = -\frac{\delta}{Ba}$$

Si $\delta > 0$ $v > 0$ et

On a $\bar{i} < 0$ cohérent avec Lenz !

Commentaire sur τ : \uparrow si $m \uparrow$ ou $R \uparrow$
 \downarrow si $B \uparrow$ ou $a \uparrow$

Pareil commenteur v_{∞} .

ODG: $B \sim 0,1 T$ $a \sim 20 \text{ cm}$ $m \sim 20 \text{ g}$
 $R \sim 0,1 \Omega$ $f \sim 0,01 N$

$\rightarrow \tau \sim 5 \text{ s}$ $v_{\infty} \sim 2,5 \text{ m/s}$ et

$i_{\infty} \sim 5 A$ observable sur pailleuse.
 au début $\frac{Bav}{R} \sim 10 \text{ mA}$

Bilan de puissance

$$(EE) \times i \rightarrow \underbrace{Bav i}_{\text{couplage}} + Ri^2 = 0 \quad (1)$$

$$(EN) \times v \rightarrow m \frac{dv}{dt} v = \underbrace{Bav i}_{\text{couplage}} + f v \quad (2)$$

couplage électromécanique

(1)+(2) donne $f v = Ri^2 + \frac{d}{dt} (\frac{1}{2} m v^2)$

soit $P_{\text{opérateur}} = P_{\text{joule}} + \frac{d}{dt} (E_c) !$

en régime établi

$P_{\text{opérateur}} = P_{\text{joule}} !$

générateur

Revenons à $Bav i$ ou plutôt $-Bav i$ pour avoir un truc > 0 .

c'est la puissance de la fem
 $e \times i > 0$ générateur

- l'opposé de la puissance des forces de Laplace = $-\int_L \vec{v}$

Ainsi $P_{em} + P_L = 0 \Rightarrow$ relation fonda
conversion.

Intrinsèquement conversion parfaite!

Conclusion

Récapitulons. Partis d'un constat expérimental :
 \vec{B} variable $\rightarrow e$. Quantifier par Faraday
que ce soit B vraiment variable (Neumann) ou
circuit mobile (Lorentz). En fait, on a vu
conversion intrinsèquement parfaite.

Au cœur de très nombreuses techs : Freinage,
chauffage, moteurs, transfo, alternateurs...