

# S-Phénomènes interfaciaux impliquant des fluides

(F3)

aiguille eau savon qual.  
anneau avec fil.

Manipulations possibles: Tensiomètre à lame mouillée quanti

Loi de Laplace quali

Loi de Jurin quali

Notes sur la manip: échantel pur. Bien laver la cuve et la lame

Niveau: L3

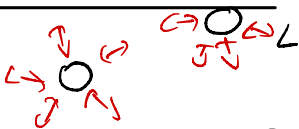
Prérequis: Thermodynamique (potentiels, énergie libre),  
Hydrostatique - Hydrodynamique (NS + Écoulement de Poiseuille).

Introduction: On a vu fluide au repos et en mouvement. On ne s'est jamais intéressé à l'interface entre deux fluides. A beaucoup de phénomènes du quotidien ne s'explique pas sans prendre en compte la physique de ces interfaces. Expérience eau savon + anneau fil. On casse d'un côté le fil bouge  $\rightarrow$  Il existe une force tangente à l'interface E-A: tension superficielle.

## I- la tension superficielle

### A- origine microscopique

$\leftrightarrow$  interaction attractive



interface

coût énergétique nécessaire pour créer en interface.

Estimation ODB  $\delta$ .

le syst. tend à minimiser surface interface.

$U$ : énergie de cohésion par molécule dans le volume

$a$ : distance intermoléculaire  $\sim$  taille typique molécule

$\frac{U}{2a^2} = \delta$  = coefficient de tension superficielle ( $J/m^2$ )  
coût énergétique par unité de surface de l'interface.

$U \sim kT \sim 300k$     $a \sim 3 \cdot 10^{-10} m \rightarrow \gamma \sim 20 mJ/m^2 \checkmark$

Avec l'air à chaque fois à 25°C

→ l'eau :  $\gamma \approx 72 mJ/m^2 \rightarrow LH$

→ l'huile :  $\gamma \approx 20 mJ/m^2 \rightarrow VdW$

→ Hg liquide :  $\gamma = 500 mJ/m^2 \rightarrow$  Liaison métallique

Plus les interactions cohésives sont fortes, plus  $\gamma$  est grand ce qui est cohérent avec le modèle microscopique.

B) Approche thermodynamique et force capillaire

Définition:  $\gamma$  énergie qu'il faut fournir pour augmenter l'aire de l'interface d'une unité lors d'une transfo quasi-statique et isotherme. Travail à fournir :  $\delta W = \gamma dA$ .

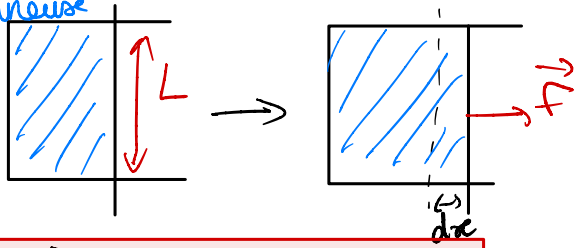
$V, T = \text{cte} \Rightarrow F$  énergie libre ou potentiel  
 $dF = -S dT - PdV + \gamma dA$

Hessons.  

$$\gamma = \left. \frac{\partial F}{\partial A} \right|_{T, V}$$

Interprétation comme force:

eau savonneuse



$dA = 2L dx$   
 $\delta W = 2\gamma dx L$   
 $= F dx$   
 ↑  
 appliquée

$$\vec{F}_{\text{capillaire}} = \ominus 2\gamma L \vec{e}_x$$

tangente à l'interface  
 $\perp$  au contour.

revient à sa position d'équilibre

$\gamma$  aussi en N/m

C- Facteurs d'influence et mesure de  $\gamma$

→ la température    $\gamma \downarrow$  avec  $TT$  car les molécules sont moins liées.

En première approximation, variations linéaires,

$$\gamma(T) = \gamma(T_0) (1 - b(T - T_0))$$

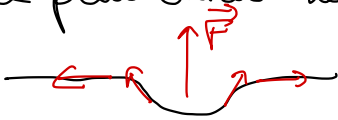
$b \sim 10^{-1} \text{ à } 10^{-2} \text{ N/mK}$  eau:  $72 \text{ mJ/m}^2 \text{ à } 20^\circ\text{C}$   
 $50 \text{ mJ/m}^2 \text{ à } 100^\circ\text{C}$

Au point critique  $\gamma \rightarrow 0$  plus d'interface.

→ Ajout de tensioactif (molécule amphiphile)  
 savons.

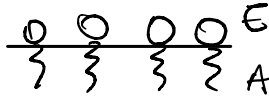
Expérience qualitative aiguille dans l'eau,

Explication: acier plus dense que l'eau. Sous le poids, la surface de l'eau se courbe sous l'aiguille formant une petite cuvette. Des forces tangentielles à l'interface ont des composantes verticales qui compensent le poids.



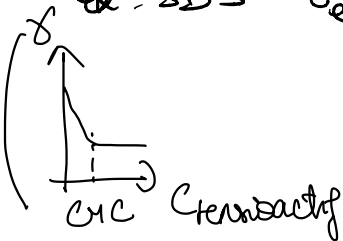
quand on ajoute une goutte de liquide vaisselle ou! → aiguille

tensioactif  
 tête polaire hydrophile  
 queue apolaire hydrophobe



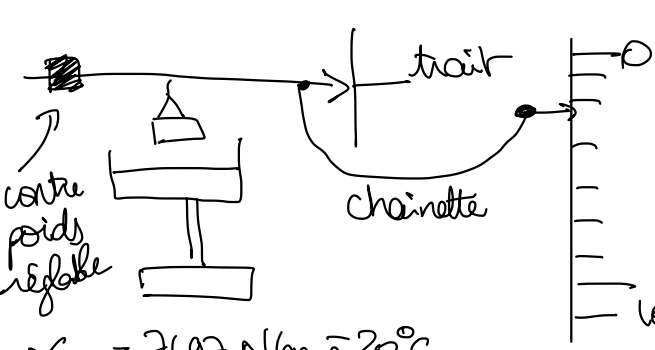
à l'interface on a des mo, à la place de l'eau →  $\gamma \downarrow$

ex: SDS  $\gamma_{eau/air} = 25-40 \text{ mN/m} (\sim 1/2)$



On a vu que  $\gamma$  caractérise une force par unité de longueur. On va utiliser cette propriété pour mesurer expérimentalement  $\gamma$ . Vu ce qu'on vient de dire il faut bien laver

la cure et la lame et mesurer la température.



$$F = \underbrace{2(L+e)}_{\text{périmètre}} \underbrace{\delta \cos(\theta)}_{\substack{\text{négligeable} \\ \text{mouillage} \\ \text{parfait} \\ \text{par} \\ \text{construction}}}$$

$$= mg$$

$$\frac{2L}{g} = 10^{-2} \text{ s}^2$$

$\gamma_{\text{eau}} = 71,97 \text{ N/m}$  à  $20^\circ\text{C}$   
Handbook.

donc m lire sur la balance divisée par 10 donne  $\delta$ ! Zscore

On sait maintenant ce qu'est la tension superficielle. On va maintenant discuter certaines des conséquences de cette tension de surface sur l'équilibre des interfaces entre fluides.

## II - Equilibres statiques aux interfaces

### A - Pression de Laplace

avec 2 bulles de savon  
Expérience qualitative Laplace petite bulle va dans la grosse. Interprétation rapide:  $P$  dans la petite bulle  $>$  dans la grosse. Principe des travaux virtuels:  $\delta W = 0$  car équilibre.



Démo  $\delta W = -P_{\text{int}} dV_{\text{int}} - P_{\text{ext}} dV_{\text{ext}} + \delta A$

$$dV_{\text{int}} = -dV_{\text{ext}} = 4\pi R^2 dR$$

$$dA = 8\pi R dR$$

$P_{\text{int}}$   
Système: {goutte + air environnant}

$$\delta W = 0 \rightarrow (P_{\text{int}} - P_{\text{ext}}) = \frac{2\gamma}{R}$$

Donc la bulle de savon, 2 interfaces loi de Laplace (bulle vide vs bulle pleine)  $\rightarrow \Delta P = \frac{4\gamma}{R}$  - Petite bulle R plus petit  $\Rightarrow P_{\text{int}}$  plus grand.

De manière plus générale, pour une interface de courbure

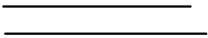
$$e = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \rightarrow \Delta p = \gamma C$$

Suppression du côté concave (côté du centre).

Pour le moment, on a étudié l'interface entre deux fluides. que se passe-t-il quand on ajoute un solide comme le récipient?

## B) Mouillage et angle de contact

mouillant



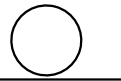
mouillage



partiel



liquide peu mouillant



mouillage nul

Qu'est-ce qui détermine si la goutte s'étale ou non?  
Raisonnement énergétique.

Solide sec :  $E/S : \gamma_{SG}$

Solide mouillé :  $E/S : \gamma_{SL} + \gamma_{LG}$

paramètre d'étalement  $S$  mesure gain d'énergie à mouiller

$$S = E_{\text{sec}} - E_{\text{mouillé}} = \gamma_{SG} - (\gamma_{SL} + \gamma_{LG})$$

$S > 0 \rightarrow$  mouillage total ( $\theta_E = 0$ )

$S < 0 \rightarrow$  mouillage partiel ( $\theta_E > 0$ )

# Loi de Young Dupré

Zoom zone liq + gaz + solide.



On projette

$$\gamma_{LG} \cos \theta_E = \gamma_{SG} - \gamma_{SL}$$

180°

C'est la relation de Young qui donne  $\theta_E$

$$\cos \theta_E = \frac{\gamma_{SG} - \gamma_{SL}}{\gamma_{LG}}$$

A.N. eau sur verre propre ou platine:

$$\gamma_{LG} \sim 72 \text{ mN/m} \quad \gamma_{SG} \sim 200 \text{ mN/m}$$

$$\gamma_{SL} \sim 130 \text{ mN/m}$$

$$\rightarrow \theta_E \sim 14^\circ \text{ assez faible}$$

VS eau teflon  $\gamma_{LG} \sim 72 \text{ mN/m}$   $\gamma_{SG} = 18 \text{ mN/m}$   
 $\gamma_{SL} \sim 50 \text{ mN/m}$

$$\theta_E \sim 116^\circ \rightarrow \text{poêle antiadhésive}$$

Ménisque dans les "tubes" en chimie. Le liquide tend à monter. Mais jusqu'où. Compétition gravité / capillarité. Quantifier par la longueur capillaire.

## Longueur capillaire et loi de Jurin

Goutte de balle l posée. Pression capillaire  $\frac{\gamma}{r}$   
Pression gravité  $\rho g l$

On compare  $\frac{\gamma}{\rho g l^2}$

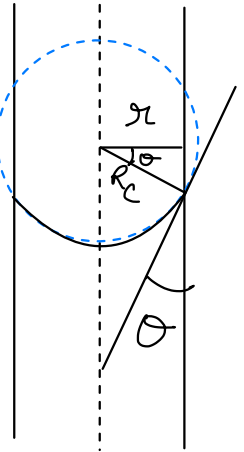
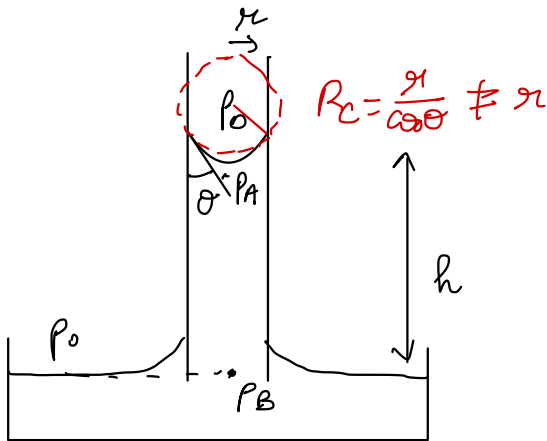
$$\text{Si } \frac{\gamma}{\rho g r} \gg 1 \text{ ie } l \ll l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$$

Capillarité domine  $\rightarrow$  sphérique  
 sinon gravité domine  $\rightarrow$  plaque

Pour l'eau  $l_c \sim \sqrt{\frac{72 \cdot 10^{-3}}{1000 \times 10}} \sim 2,7 \text{ mm}$

(du m ordre pour bcp de liquide car  $\gamma$  souvent varie comme  $\rho$ ).

La longueur capillaire intervient dans un phénomène amusant : quand on plonge un tube fin dans un liquide, le liquide monte dans le tube, contre la gravité. C'est l'ascension capillaire qui est gouvernée par la loi de Jurin. Expérience quali tubes su verre.



Laplace au niveau du ménisque :  $P_A = P_0 - \frac{2\gamma}{R_c}$

$$P_A = P_0 - \frac{2\gamma \cos \theta}{r}$$

Hydrostatique dans la colonne  $P_B = P_0 = P_A + \rho g h$

d'où  $P_0 - \rho g h = P_0 - \frac{2\gamma \cos \theta}{r}$

$$\text{soit } h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g}$$

C'est la loi de Jurin.

Rq: Valable si ménisque quasi sphérique ie pas de zone plate au centre ie  $r \ll r_c$ .

On a décrit la situation d'équilibre du liquide dans le capillaire mais on peut observer qu'on a aussi des temps de montée différents en fonction du rayon du tube. On va donc maintenant regarder la dynamique de cette montée.

### III - Dynamique de la montée capillaire

#### A) mise en équation

Tube vertical de rayon  $r$ , (ouvert en haut) plongé dans un réservoir de liquide.

On note  $h(t)$  la hauteur de la colonne de liquide dans le tube à  $t$ .  $h(0) = 0$

Syst: colonne de liquide de hauteur  $h(t)$

Référentiel du labo supposé galiléen. Axe  $z$  vertical vers le haut.

(Rq pour faible hypothèse profil de vitesse établi instantanément  $\tau_{diff} = \frac{r^2}{\nu} = \frac{\rho r^2}{\eta} \sim 2 \text{ms}$  PDNS)   
 0,098 eau)

Bilan des forces sur la colonne

$$\text{Force capillaire } \vec{F} = \Delta P S \vec{u}_z = \frac{2\gamma \cos \theta \epsilon}{r} \pi r^2 \vec{u}_z$$

$$= \underline{2\pi r \gamma \cos \theta \epsilon \vec{u}_z}$$

$$\text{Poids : } \vec{P} = -\rho \cdot \kappa R(t) \pi r g \vec{u}_z$$

$$\text{Force de frottement visqueux : } \vec{F}_\eta = -8\pi \eta R(t) \vec{v}$$

(Poiseuille)  $\uparrow$

projeté sur  $\vec{u}_z$   $\Delta P$

$$\text{d'où } \frac{d}{dt} (\rho h \pi r^2 \dot{h}) = 2\pi r \gamma \cos \theta \epsilon / \rho r$$

$$- \rho \pi r^2 R g - \frac{8\pi \eta R \dot{h}}{\rho r^2}$$

$$\ddot{h}^2 + R \ddot{h} = \frac{2\gamma \cos \theta \epsilon}{\rho r} - R g - \frac{8\eta \dot{h} \eta}{\rho r^2}$$

Résolution numérique

Si on peut simplifier. Si on néglige le terme inertiel ( $Re \ll 1$  fluide visqueux) on a

$$\frac{2\gamma \cos \theta \epsilon}{\rho r} = R g + \frac{8\eta \dot{h} \eta}{\rho r^2}$$

c'est sur ça qu'on va travailler.

B) Régime initial : loi de Washburn

Aux temps courts  $h \ll h_{eq}$   $R g \ll \frac{2\gamma \cos \theta \epsilon}{\rho r}$

$$\frac{8\eta h \dot{h}}{r^2} \sim \frac{2\gamma \cos \theta \epsilon}{r}$$

$$\frac{1}{2} \frac{d(h^2)}{dt} \quad \text{d'où} \quad \frac{d(h^2)}{dt} \sim \frac{\gamma r \cos \theta \epsilon}{2\eta}$$

$$h(t) = \sqrt{\frac{\gamma r \cos \theta \epsilon t}{2\eta}}$$

(loi de Washburn  
à  $\sqrt{t}$ ).

pas de gravité.

(Rq: imbibition des milieux poreux genre saine dans  
cfe).

### C) Régime final

Aux temps longs  $h \sim h_{eq}$   $h = h_{eq} - \epsilon(t)$

$$h_{eq} = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r} \quad \text{avec } \epsilon \ll h_{eq}$$

$$(h_{eq} - h) \rho g = \frac{8\eta \dot{h} r}{r^2} \quad \ddot{h} = -\dot{\epsilon}$$

$$\frac{8\eta}{r^2} (h_{eq} - \epsilon) (-\dot{\epsilon}) = \rho g \dot{\epsilon}$$

ordre 2

$$- \frac{8\eta}{r^2} h_{eq} \dot{\epsilon} = \rho g \dot{\epsilon}$$

$$\dot{\epsilon} = - \frac{\rho g}{\tau}$$

$$\tau = \frac{8\eta h_{eq}}{\rho g r^2}$$

$$\Sigma(t) = \Sigma_0 \exp(-t/\tau)$$

$$\Sigma_0 = 1$$

soit  $h(t) \sim \text{freq} (1 - e^{-t/\tau})$  relaxation exponentielle vers  $\text{freq}$ .

$$\tau = \frac{16 \eta \gamma \cos \theta \varepsilon}{\rho^2 g^2 r^3}$$

$$\propto \frac{1}{r^3}$$

Capillaire fin montée lente car très haut et très ralenti par viscosité.

Simu numérique ou juste schéma au tableau

$$\tau \sim 0,7 \text{ s pour PDMS}$$

$$\tau \sim 0,4 \text{ s pour l'eau}$$

(on peut comparer à  $t_{diff}$ ).

## Conclusion

On a vu que la tension superficielle trouve son origine dans le déficit d'interactions cohésives des molécules à l'interface. Elle gouverne l'équilibre et la dynamique des interfaces.

On pourra parler en TD de l'effet Marangoni qui correspond à l'écoulement tangent à l'interface qui se crée en présence d'un gradient de tension superficielle.

Biblio:  
Dunod PC  
Guyon Hulin Petit Hydrodynamique  
de Gennaro: Gouttes, bulles, perles et ondes  
Belien expériences de physique

questions:  $R_c < 0$ ? oui cols ou seller.  
(catinoïde)

effet Cheerios

ondes capillaires

$$V = 2\pi \times 5,1 \cdot 10^{-2} \times \left( \frac{4,6}{0,17} + \frac{2,3}{0,17} \right) \times \pi \times (1,7 \cdot 10^{-3})^2$$

$$m = \rho \times V =$$

$$\downarrow$$
$$1200 \text{ kg/m}^3$$