1 - Gravitation (M1)

Manipulations possibles :

- $\boxed{\text{Etude d'une chute de bille}}$
- Pendule simple / pesant
- loi des aires avec des mobiles

Notes sur la manip : Très simple avec balle lourde et lisse pour limiter les frottements et juste un chrono. On peut refaire la manip plusieurs fois pour différentes hauteurs. Utiliser deux fourches optiques.

Niveau : CPGE 1ère année

prérequis : Mécanique du point (3 lois de Newton)
Théorème du moment cinétique

Introduction

Une des 4 forces fondamentales en physique
qui tombe plus vite : la plume ou le poids ?

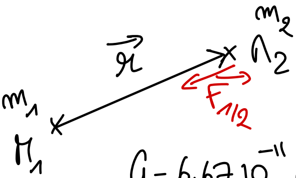
Vidéo Apollo 15 (David Scott sur la Lune)

Sur la Lune tous les corps tombent de la m façon ∀ masse.
Résultat remarquable de Gal qui contredit Aristote.

- Aristote 4e Siècle av J.C. : 2 mondes terres vs Cieux
  retour à son lieu propre dépend de la masse
  éther qui tourne
- Galilée 16e siècle : Temps de chute indépendant de la masse.
- Kepler 17e siècle : 3 lois basés sur des observations de Tycho Brahé astronomiques (début 17e) pour le mvnt des planètes autour du soleil
  – ellipses – aires – $T^2 \propto a^3$
- Newton 18e siècle : Formulation loi gravitation universelle
  Principia
- Einstein 20e siècle : Relativité générale → moderne

I- Loi de gravitation universelle

A- Énoncé de la loi de gravitation universelle de Newton



$\vec{r} = r = \vec{e_r}$

$$\vec{F}_{1/2} = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{M_1M_2^3}\overrightarrow{M_1M_2} = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e_r}$$

$\mathcal{G} = 6,67.10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$ → petit → masses astronomiques

attractive

conservative $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\left(-\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r}\right)$

$\mathcal{G}$ mesurée par Cavendish en 1798

Force conservative $E_p(r) = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r}$

puit de potentiel $\quad E_p \xrightarrow[r \to +\infty]{} 0$

B- Champ de gravitation et théorème de Gauss

$\vec{g}_1$ crée par une masse source m_1 subie par un point en M à r : $\vec{g}_1(M) = -\mathcal{G}\frac{m_1}{r^2}\vec{e_r}$

→ accélération.

Analogie électrostatique formelle $m \Leftrightarrow q$

$\frac{1}{4\pi\varepsilon} \Leftrightarrow -\mathcal{G}$

→ Théorème de Gauss gravitationnel

$$\oint_\Sigma \vec{g}\cdot\vec{dS} = -4\pi\mathcal{G}M_{int}$$

2 limites à l'analogie : $m<0$ non
que statique

Application : champ astre symétrie sphérique

sphère Σ $r > R_T$

invariance par rotation $\vec{g}(r, \theta, \varphi)$

symétries $\vec{g} \parallel \vec{e_r}$

$$\rightarrow \quad g(r) \times 4\pi r^2 = -4\pi G M_T \rightarrow g(r) = -\frac{GM_T}{r^2}$$

$\Rightarrow$ A l'ext d'un astre à symétrie sphérique, le champ est identique à celui d'une masse ponctuelle placée au centre.

Transition : on a la loi, mq explique galilée.

II - Corps en chute libre

A - Champ de pesanteur et poids

Définition poids : opposé de la force qu'il faut exercer pour maintenir le corps immobile dans le référentiel terrestre.

On écrit $\vec{P} = m\vec{g}$?

$$\vec{g} \simeq -\frac{\mathcal{G} M_T}{R_T^2}\vec{e_r} \simeq 9,81\,m.s^{-2}$$

Variations de $\vec{g}$:
- terre non sphérique
- référentiel non galiléen.
  ↳ accélérat° centrifuge

entre 9,78 à équateur et 9,83 aux pôles. 0,3% de g

B- Chute libre et mesure de g

Référentiel terrestre galiléen système corps de masse m

inerte → $\cancel{m}\ddot{z} = -\cancel{m}g$ ← grave

poids ≃ plume !

(*) Vidéo dans le vide

$$\ddot{z} = -g \Rightarrow \dot{z} = -gt + v_0$$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + z_0$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow \quad t_c = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

expérience pour plusieurs hauteurs

Force de universelle : autant pour petit corps sur Terre en chute libre que pour des masse énormes à l'échelle du système solaire !

(*) Principe d'équivalence Vérifié expérimentalement par Microscope en 2017 à 10^{-15} près.

III- Mouvement des planètes

A- Gravitation : une force centrale

+ ellipses dont Soleil occupe un foyer.

$$\vec{F}_G = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{\mathcal{M}}_{F_G} = \vec{F}\wedge r\vec{e}_r = \vec{0}$$

TMC réf héliocentrique à une planète en considérant Soleil fixe

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0}$$

⇒ mouvement plan. $\vec{L} = m r^2 \dot{\theta}\,\vec{u}_z = \vec{cte}$

et Kepler vrai + loi* $\boxed{r^2\dot{\theta} = C}$ cte des aires

2e loi de Kepler

$\vec{OM}$ $d\vec{OM}$

$$dA = \frac{1}{2}\|\vec{OM}\wedge d\vec{OM}\| = \frac{1}{2} r^2\dot{\theta}\,dt$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{C}{2} = cte$$

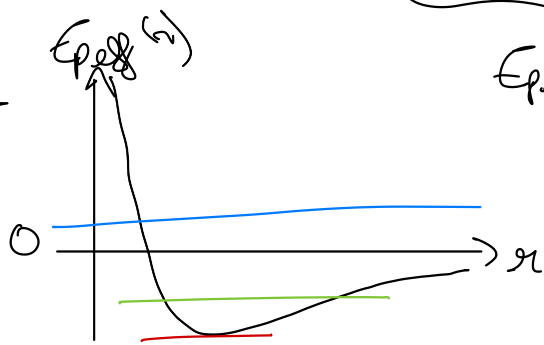
B- Énergie et potentiel effectif

E_m conservée

$$E_m = \frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) - \mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r}$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \underbrace{\frac{mC^2}{2r^2} - \mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r}}_{E_{peff}(r)}$$

1 seul DL



$\frac{1}{2}m\dot{r}^2 > 0$

$E_m < 0$: état lié r_{min} et r_{max} (Satellite planète)

$E_m = E_{peff\,min}$: Circulaire $r_{min} = r_{max}$

$E_m > 0$: état diffusion (astéroïde, sonde interplanétaire)

Application vitesse de libération

$$\frac{1}{2} m v_{lib}^2 = \frac{G M_T m}{R_T} \rightarrow v_{lib} \sim 11{,}2 \text{ km/s}$$

3e loi de Kepler : $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$

peut utiliser à l'envers pour mesurer M_{soleil} ou les exoplanètes.

B - des satellites : des billes en chute libre

• Satellite géostationnaire :

$T = 24h$ (23h 56 min 4,1 s) circulaire uniforme

$\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ $\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{u}_r$ $a = r\dot{\theta}^2 = \frac{G M_T}{r^2}$

$R^3 = \frac{G M_T}{\dot{\theta}^2}$ $\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T}$

$$R = \left(\frac{G M_T T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = R_T + h \rightarrow h = 36\,000 \text{ km}$$

ISS orbite basse 400 km $\rightarrow T \sim 92$ min

• moins d'énergie à lancer

• retour "rapide" possible pour humains.

microscope : 710 km. Minimiser perturbations atmosphériques tout en gardant g grand.

orbite héliosynchrone

Conclusion : Force de gravitation qui unifie. Vrai
Ici astre central fixe. En non. Pbl à 2 corps qui se ramène à 1 corps avec $\mu = \frac{mM}{m+M}$.
3 corps ou plus → pas analytique. Même avec ça, une anomalie réside : avance du périhélie de Mercure
→ rel générale en 1915. Très étudiée encore aujourd'hui avec 3 prix nobels modernes ondes gravitationnelles•, exoplanètes*, trous noirs♡. Aujourd'hui relativité générale bonne théorie pour problèmes gravitationnels.

• 2017 * 2019 ♡ 2020.

Bibliographie :

Dunod MPSI / PCSI
Perez mécanique
Fillette
BUP des interactions gravitationnelles dans l'univers.
→ BUP champ de gravitation et champ de pesanteur de la Terre.
BUP théorie de la relativité générale
BUP gravidyne
BUP n° 858